55. ročník Fyzikálnej olympiády

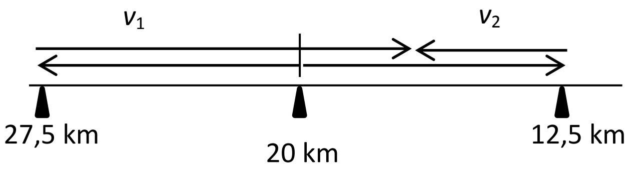
v školskom roku 2013/2014

Riešenia úloh domáceho kola kategórie E

(ďalšie informácie na http://fo.uniza.sk a www.olympiady.sk)

1. *Bežci*

a) Situačný obrázok



b) Prvý bežec za čas t prekonal dráhu s a smerom nazad dráhu s_1, druhý dráhu s a v opačnom smere dráhu s_2, pričom $s_1 + s_2 = 2s$.
Ak uvážime vzťahy $s + s_1 = v_1 t$ a $s + s_2 = v_2 t$, dostaneme

$$t = \frac{4s}{v_1 + v_2}$$, pre dané hodnoty $t = 1{,}0$ hod.

c) Prvý bežec ubehol po obrátke smerom nazad vzdialenosť

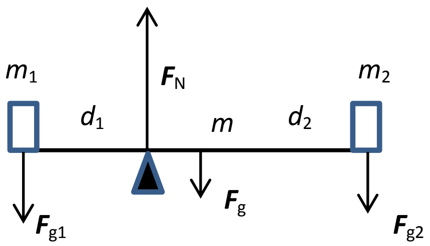
$$s_1 = v_1 t - s = v_1 \frac{4s}{v_1 + v_2} - s$$

Stretli sa teda vo vzdialenosti od kilometrovníka 20 km v smere, ktorým vyrazil pomalší bežec

$$x = s_1 - s = 2\frac{v_1 - v_2}{v_1 + v_2}s$$, pre dané hodnoty $x = 3{,}0$ km.

2. *Hojdačka*

a) Ilustračný obrázok 1:



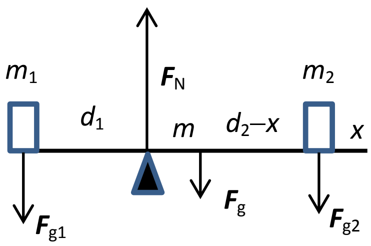
V prvom prípade je celkový moment sily vzhľadom na os určenú podperou

$$M = m_1 g \frac{3}{7} l - m g \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{7}\right) l - m_2 g \frac{4}{7} l = \frac{l g}{7}\left(3m_1 - 2m - 4m_2\right).$$

Ak je $M > 0$, bude sa hojdačka prevažovať vľavo, pre $M < 0$ vpravo a pre $M = 0$ bude v rovnováhe. (*Pozn.: Kladný je smer otáčania proti smeru chodu hodinových ručičiek*)

Pre dané hodnoty je $M = -344$ N·m > 0, to znamená hojdačka sa preváži na pravú stranu.

b) Ilustračný obrázok 2:



Keďže chlapci sedia na koncoch, môžu sa posunúť iba smerom k podpere. Posunúť sa musí chlapec na pravom konci, aby zmenšil moment sily, ktorým na hojdačku pôsobí vzhľadom na os otáčania.

Polohu môžeme určiť buď jej vzdialenosťou x od konca, vzdialenosťou y od stredu dosky alebo vzdialenosťou z od podpery (*každá voľba je správna*).

V ďalšom určíme posunutie x chlapca smerom k osi otáčania. Výsledný moment sily vzhľadom na os otáčania (podperu) je

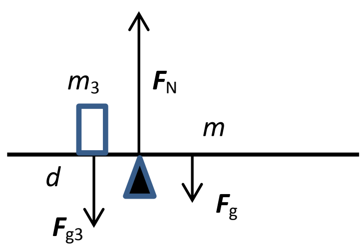
$$M_{\mathrm{b}} = -m_1 g\, \frac{3}{7} l + m g \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{7}\right) l + m_2 g \left(\frac{4}{7} l - x\right).$$

Podmienka rovnováhy je $M_{\mathrm{b}} = 0$. Z nej dostaneme výsledok

$$x = \frac{-3m_1 + 2m + 4m_2}{7 m_2}\, l,$$ pre dané hodnoty $x = 0{,}73$ m.

Chlapec napravo sa musí posunúť o 73 cm smerom k stredu dosky.

c) Ilustračný obrázok 3:



Bez záťaže sa doska prevažuje na pravú stranu (dlhšia časť vzhľadom na podperu). Na vyváženie je potrebné zaťažiť ľavú stranu. Dievča si musí sadnúť do vzdialenosti d od ľavého konca, pre ktorú platí podmienka rovnováhy momentov sily

$$M_{\mathrm{c}} = -m_3 g \left(\frac{3}{7} l - d\right) + m g \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{7}\right) l = 0,$$

z ktorej dostaneme

$$d = \frac{3m_3 - 2m}{7 m_3}\, l,$$ pre dané hodnoty veličín $d = 0{,}63$ m.

Na vytvorenie rovnováhy si dievča musí sadnúť do vzdialenosti 63 cm od ľavého konca dosky.

3. *Ohrievač vody*

a) Teplo potrebné na zohriatie vody

$$Q = m\,c\,(t_2 - t_1) = \rho\,V\,c\,(t_2 - t_1),$$ pre dané hodnoty veličín Q = 217 kJ.

b) Ak neuvažujeme straty, je príkon ohrievača

$$P = \frac{Q}{\tau} = \frac{\rho\,V\,c\,(t_2 - t_1)}{\tau},$$ pre dané hodnoty veličín P = 3,0 kW.

c) Elektrický výkon premenený na teplo v špirále, ktorý je rovný príkonu ohrievača, je

$$P = \frac{U^2}{R},$$

odkiaľ dostaneme odpor špirály

$$R = \frac{U^2}{P} = \frac{U^2\tau}{\rho\,V\,c\,(t_2 - t_1)},$$ pre dané hodnoty veličín R = 17,5 Ω.

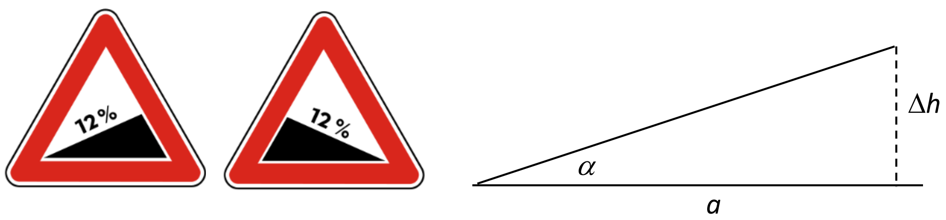
4. *Chodec a cyklista*

a) Ak chodec kráča po vodorovnej ceste rovnomerným pohybom, je výsledná sila, ktorá na neho pôsobí, nulová. Vykonaná práca je preto nulová.
(*Pozn.: Určená mechanická práca je odlišná od svalovej práce, ktorú musí organizmus chodca vykonať pri jeho pohybe – tá je nenulová, ale nie je predmetom danej otázky*)

b) Chodec prejde danú dráhu za čas

$$t_1 = \frac{s_1}{v_1},$$ pre dané hodnoty t_1 = 100 s.

c)



Obrázok dopravnej značky – stúpanie (klesanie) so sklonom 12 %. Číselný údaj udáva pomer $p = \Delta h/a$, kde Δh je zväčšenie (zmenšenie) výšky pri vodorovnom posunutí a. Pomer p predstavuje tangens uhlu sklonu.

d) Medzi začiatočným a koncovým bodom úseku cesty je výškový rozdiel

$\Delta h = a\,p$, pre dané hodnoty Δh = 8,0 m.

e) Chodec pri chôdzi prekonáva tiažovú silu a koná prácu

$W_1 = m\,g\,\Delta h$, pre dané hodnoty veličín W = 3,2 kJ.

f) Cyklista musí vykonať prácu potrebnú na prekonanie tiažovej sily seba i bicykla

$W_2 = (m + m_1)\,g\,\Delta h$, pre dané hodnoty veličín W_2 = 3,9 kJ.

g) Hodnoty výkonu

$P_1 = W_1/t_2$, pre dané hodnoty P_1 = 17,8 W,

$P_2 = W_2/t_3$, pre dané hodnoty P_2 = 48,2 W.

5. Chladenie vody

Je zrejmé, že nižšia teplota sa dosiahne v druhom prípade vzhľadom na teplo absorbované ľadom pri roztápaní.

Pri výpočte výslednej teploty považujeme tepelnú kapacitu nádoby za veľmi malú a nebudeme ju uvažovať.

Rovnica tepelnej výmeny v prvom prípade má tvar

$$V\rho c(t_1 - t) = V_0 \rho c(t_1 - t_0),$$

odkiaľ $t_1 = \dfrac{Vt - V_0 t_0}{V - V_0}$, pre dané hodnoty veličín t_1 = 52,8 °C.

V druhom prípade môžu nastať dva prípady:

- všetok ľad sa roztopí a výsledná teplota je $t_2 \geq 0$ °C
- ľad sa roztopí iba čiastočne a výsledná zmes ľadu a vody má teplotu $t_2 = 0$ °C.

Pri roztopení ľadu sa uvoľní skupenské teplo

$$Q_t = m_0 l.$$

Na ochladenie vody v nádobe je potrebné odviesť teplo

$$Q_v = \rho V c\,(t - t_0).$$

Prvý prípad nastane, ak $Q_t \leq Q_v$. Ak platí $Q_t > Q_v$, nastane druhý prípad.

Pre dané hodnoty veličín Q_t = 334 kJ, Q_v = 1,10 MJ, a nastane tak prvý prípad. Ľad sa rotopí a vzniknutá voda sa zohreje na výslednú teplotu t_2

$$m_0 l + m_0 c\,(t_2 - t_0) = \rho V c(t - t_2),$$

odkiaľ dostaneme

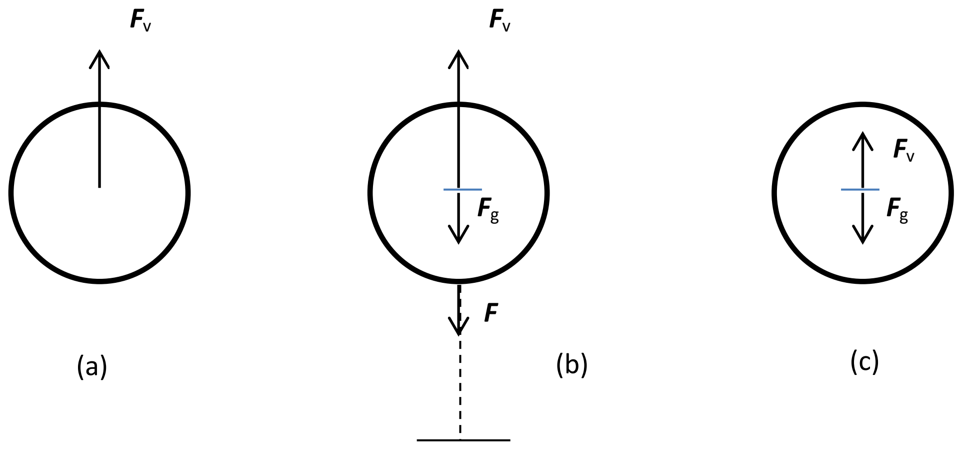
$$t_2 = \frac{c(m_0 t_0 + \rho V t) - m_0 l}{c\,(m_0 + \rho V)}$$, pre dané hodnoty t_2 = 26,3 °C.

6. Meteorologický balón

a) Podľa Archimedovho zákona je vztlaková sila rovná tiaži vzduchu vytlačeného objemom balóna

$$F_v = \rho_{V0} \frac{4\pi r^3}{3} g$$, pre dané hodnoty F_v = 93,4 N.

Ilustračné obrázky k jednotlivým častiam výpočtu:



b) Sila napínajúca lanko prestavuje rozdiel vztlakovej sily a tiaže balóna s jeho obsahom

$$F = F_{\mathrm{v}} - F_g = \left((\rho_{\mathrm{V0}} - \rho_{\mathrm{H}}) \frac{4\pi r^3}{3} - m \right) g \text{, pre dané hodnoty } F = 36{,}9\ \mathrm{N}.$$

c) S rastúcou výškou klesá hustota vzduchu (*Pozn.: Je známe, že na najvyšších horách s výškou nad 8 000 m je tak riedky vzduch, že majú horolezci vážne problémy s dýchaním*) S poklesom hustoty klesá i vztlaková sila, a preto klesá sila, ktorá spôsobuje stúpanie balóna. Pohyb balóna sa preto spomaľuje. Balón sa zastaví vo výške, v ktorej je vztlaková sila rovná tiažovej

$$F = F_{\mathrm{v}} - F_g = \left((\rho_{\mathrm{V}} - \rho_{\mathrm{H}}) \frac{4\pi r^3}{3} - m \right) g = 0 ,$$

odkiaľ dostaneme hustotu vzduchu v tejto výške

$$\rho_{\mathrm{V}} = \rho_{\mathrm{H}} + \frac{3m}{4\pi r^3} \text{, pre dané hodnoty veličín } \rho_{\mathrm{V}} = 0{,}78\ \mathrm{kg/m^3}.$$

7. *Meranie hustoty valčeka*

1. Prvý údaj silomera je rovný tiaži valčeka $F_1 = \rho V g$. Druhý údaj zodpovedá tiaži zmenšenej o vztlak $F_2 = (\rho - \rho_0) V g$. Ak dáme tieto údaje do pomeru, nezávisí výsledok od objemu ani od g

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{\rho - \rho_0}{\rho} .$$

Odtiaľ vyjadríme hľadanú hustotu

$$\rho = \frac{F_1}{F_1 - F_2} \rho_0 .$$

2. Meranie síl F_1 a F_2 – meranie niekoľkokrát opakovať a merania zapísať do tabuľky. K jednotlivým meraniam určiť ρ a z týchto hodnôt určiť aritmetický priemer.
3. Objem V sa určí pomocou odmerného valca a hustota sa stanoví zo vzťahu

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{F_1}{g\,V} .$$

4. Treba uvážiť presnosť merania sily silomerom, presnosť odčítania objemu v odmernom valci a vplyv nepresnosti použitej hodnoty g. V diskusii je potrebné uvážiť, ako na presnosť vplýva veľkosť telesa.

---

55. ročník Fyzikálnej olympiády – *Úlohy domáceho kola kategórie E*

Autori úloh: Kamil Bystrický (1), Ľubomír Konrád (2, 3, 5 až 7), Daniel Kluvanec (4.)
Recenzia: Ivo Čáp, Daniel Kluvanec
Redakcia: Ľubomír Konrád, Ivo Čáp
Slovenská komisia fyzikálnej olympiády
Vydal: IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2013